题目 2

薄纪铮

2023.2.21

问题 1

- 两个粒子发生弹性散射，质心的波矢量大小为 k，并给定了微分截面 (弹性) 的具体形式：

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = \frac{1}{k^2} e^{-2(1-cos\theta)}$$

- 微分截面随 k, θ 变化的情况？（画图）

画图

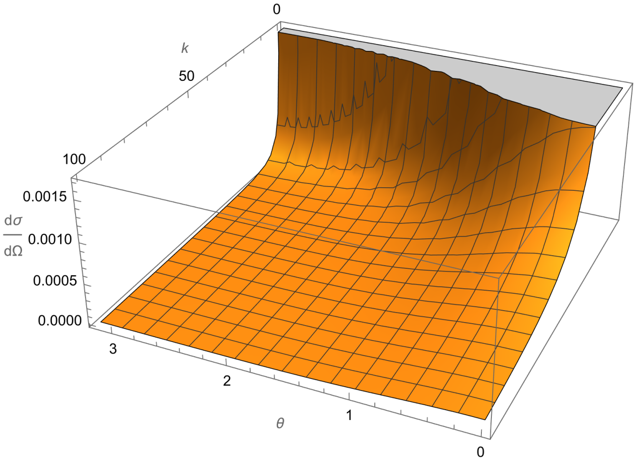

图 1：微分截面和 k,θ 之间的关系

问题 2

- 推出有限范围的势的情况下对散射波有贡献的分波数？（形式上，不代入具体数字）

问题 2

- 注意到 l 越大的分波，角动量越大，受到势的影响越小。所以不妨记势的有效作用半径为 a，当入射粒子的角动量 $L > p \cdot a$，粒子的轨道和散射中心的距离将大于 a，则不产生散射。
- 利用 $p = \hbar k$ 和 $L^2 = l(l+1)\hbar^2$。取近似 $L \propto l\hbar$，代入 $L > pa$ 得到 $l > ka$，这表明微分截面对 l 的求和只需算至 ka，即：

$$l \leq ka$$

  对应的分波需要计算。

问题 3

- 散射振幅 (scattering amplitude)$|f_E(\theta)|$?
- 由 $\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f_E|^2$，以及这里的 $\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = \frac{1}{k^2}e^{-2(1-cos\theta)}$，可以得出

$$|f_E(\theta)| = \frac{e^{-(1-cos\theta)}}{k} = \frac{e^{cos\theta-1}}{k}$$

问题 4

- 向前散射的散射振幅 $f_E(0)$？（已知 $\sigma_{tot} = \frac{4\pi}{k} Imf_E(0) = \frac{4\pi}{k^2}$）
- 得出 $Imf_E(0) = \frac{1}{k}$
- 结合 $|f_E(0)| = \frac{1}{k}$，得出 $f_E(0) = \frac{i}{k}$

问题 5

- 若散射振幅具有一个常数相位，则 $f_E(\theta)$?
- 在问题 4 里面的散射振幅是一个纯虚数，所以相位取 $\pi/2$
- 得出 $f = |f|e^{i\pi/2} = \frac{e^{cos\theta - 1}}{k}e^{i\pi/2}$

问题 6

- 该过程总的弹性截面？
- $\sigma_{el} = \int d\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega} = 2\pi \int_{-1}^{1} d(cos\theta) \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = 2\pi \int_{-1}^{1} d(cos\theta) \frac{1}{k^2} e^{-2(1-cos\theta)} = \frac{2\pi(1-e^{-2})}{k^2}$
- 为什么和 σ_{tot} 不同？因为有一部分被吸收了。

问题 7

- 为什么该过程相移 $\delta_l(k)$ 是复数 (Complex)？因为有吸收。

问题 8

- 计算出该过程的 $l=0$ 分波的相移？
- $f_E(\theta)=|f_E|\times phase=\frac{e^{cos\theta-1}}{k}e^{i\pi/2}=\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)P_l(cos\theta)\frac{\eta_l e^{2i\delta_l}-1}{2ik}$
- 两边乘 $P_0(cos\theta)$ 并对 $cos\theta$ 从-1 到 1 积分得到 $\eta_0 e^{2i\delta_0}=e^{-2}$
- 容易有：相移 $\delta_0=i$ 为虚数

Thank you!